Al Chiarissimo Prof.re Barnaba Tortolini
Omaggio

SULLA NECESSITÀ
DI ESCLUDERE LO STUDIO DELLA GEOMETRIA
DAI PUBBLICI GINNASI,
E L'*EUCLIDE* DAI LICEI,

NOTA

DI

SEBASTIANO PURGOTTI.

I.

In un mio articolo, inserito nella dispensa nona di questo periodico, dissi incidentemente che necessario sarebbe eliminare dai ginnasî lo studio degli elementi di geometria per ragioni delle quali ivi sarebbe stato troppo lungo il dettaglio. Valga questa nota ad esporle.

E prima d'ogni altro, da questo mio divisamento non si prenda motivo di opinare, che io mi uniformi alla opinione di quelli, che credono incompatibili con i primi studî letterarî i primi elementi delle matematiche; giacchè io sono d'avviso che questi, come inceppano se male, così, se bene insegnati, dispongono il vergine intelletto degli allievi ad abituarsi alla deduzione, e temperano il calore della fantasia eccitato dalle lettere amene col

freddo della riflessione recata sulle primizie delle scienze severe.

Perchè chiare in proposito appariscano le mie idee, è d'uopo che prima d'ogni altra cosa io manifesti il desiderio che i ginnasî tutti dieno il diritto d'ingresso ai pubblici licei.

Nelle piccole città e borgate ove questi mancano, i padri a malincuore si trovano obbligati a svellere dal seno della famiglia i loro figli per dirigerli tuttora impuberi alle scuole liceali. Deh! non si aggiungano maggiori difficoltà, sicchè per insufficienza d' istruzione nei loro ginnasî, sieno obbligati a toglierli dai loro occhi poco meno che bambini.

Giovinetti talvolta delle più belle speranze, provenienti da ginnasî non equiparati ai regî, sono ammessi alle scuole liceali; ma è loro sempre compagno il palpito d'una crudele incertezza, perchè per lo più l'ingresso è sotto condizione, che in fine dell'anno superino gli esami in quelle materie, nelle quali all'apertura delle scuole non poterono o subirli o superarli.

Le cognizioni, di cui si trovano essi mancanti, quelle sono per lo più di storia, di lingua greca, ed ora per soprasello di geometria pur anche, delle quali non ebbero insegnamento. Che avviene perciò di questi alunni, costretti a sobbarcarsi non solo alla soma pesantissima delle troppe materie che sono trattate nell'anno primo liceale, ma contempora-

neamente allo studio pur anche sotto privati maestri di quelle, di che erano quasi o del tutto digiuni, e nella impotenza in cui per soprappiù si trovano di tener dietro alle lezioni di geometria, perchè le prime che ascoltano sono prosecuzione di quelle nei ginnasî già date? L'immaginarlo è ben facile. Un caos di vaghe e confuse idee ne opprime la mente, e genera in essi il più desolante avvilimento. Il soverchio non digeribile alimento ha spossate le forze anche di quelli, che forniti erano di ingegno ben perspicace; e su queste tenere piante, che frutti promettevano i più ubertosi, la società più non può fare assegnamento di nulla.

Che d'altronde nei ginnasî dei piccoli paesi scuole si abbiano di elementi di geometria, elementi che richieggono, ben dicea D'Alembert, una tattica di comunicare le idee la più sopraffina: che vi siano scuola di greco, scuola di storia, egli è chiaro, che sì per la difficoltà di trovare valevoli insegnanti, sì per la ristrettezza delle municipali finanze, follia sarebbe il pretendere.

Il migliore partito a prendersi in tale stato di cose a me sembra che, provveduto che siasi nei ginnasî non regî all'acquisto di buoni maestri in tutte le altre materie, nulla ostasse per l'ingresso dei giovanetti alle scuole liceali la deficienza delle cognizioni della storia, della lingua greca e della geometria. Del greco la

utilissima ma non essenziale conoscenza potrà da essi apprendersi, volendo, anche dopo gli studî liceali. All'apprendimento delle lezioni di storia non farà grave ostacolo la deficienza delle lezioni storiche che si dànno nei ginnasî regî, non essendo questa una condizione *sine qua non* per intendere le altre, e potendo contemporaneamente e gradatamente per mezzo di buoni compendî riempiere le lacune da loro medesimi. E dico le lacune, perchè se non avranno ricevuto cognizioni completamente ordinate come si hanno in apposite distinte scuole di storia, al certo i fatti storici i più interessanti, siccome necessarî alla intelligenza dei classici, avranno appreso al certo dai maestri stessi delle grammatiche e delle letterature. Regolatamente poi si potranno applicare alla indispensabile geometria, quando questa abbia non prosecuzione ma inizio in tutti i licei (1).

(1) Mi piacerebbe pur anche che la geometria avesse limiti più ristretti per gli studenti decisi a dedicarsi alle facoltà di medicina e di legge; ed egualmente il greco per gli studenti che si dirigono alle matematiche discipline; e che gli esami nelle materie di minore interesse precedessero gli altri almeno di un mese. Quando in grazia di queste misure gli esami finali non si estendessero che a quattro materie al più, i risultati sarebbero meno vergognosi e meno deplorabili di quelli che si sono dati fino ad ora. Io condanno la *troppa severità* negli esami che si dànno in agosto, e la *troppa indulgenza* in quelli che si dànno in ottobre. Sono nocevolissime entrambe. Avvilimento nei volenterosi produce la prima: eccitamento ad oziare negli

Ecco la *prima* delle ragioni per le quali credo necessario che la geometria da tutti i ginnasî sì regî che non regî sia eliminata.

La *seconda* è la troppa moltiplicità delle materie, cui nell'ultimo anno ginnasiale deggiono attendere gli allievi. Incombendo ad essi l'apprendere l'italiano, il latino, il greco, la storia, la geografia, ben contento io sarei, se dopo essersi di sì svariate cose occupati nello studio giornaliero, sufficiente frazione di ora loro rimanesse per attendere alla sola aritmetica, la quale, quando in realtà è *ragionata*, molta applicazione richiede; e vale anch'essa a bene sviluppare la nascente facoltà intellettiva. Possibile perciò che, essendo scarsissimo il tempo concesso ai discenti per progredire con profitto nell'aritmetica, alquanto possano accordarne pur anche alla geometria?

La *terza* ragione è l'inconveniente ben grave che le prime nozioni di un trattato elementare di geometria sieno esposte da un insegnante e le successive da un altro. Perchè lo studente apprenda con vero profitto, comprende ognuno quanto necessaria sia la pienissima uniformità

infingardi la seconda. Vorrei che la lusinghiera speranza del meglio non distruggesse la efficienza del bene; e che l'eccedente desiderio dell'*Enciclopedismo* cagione non fosse della *superficialità* delle cognizioni, sicchè a taluni licenziati di liceo non avesse a ripetersi quel verso assai espressivo se non elegante:

Se infarinato sei vatti a far friggere.

del metodo. Nè credasi già che questa si ottenga con la prescrizione dell'uso del medesimo testo. Egli è più facile che armonizzino i metodi della istruzione, la quale venga data da due maestri che allievi sieno stati della medesima scuola, che abbiano in seguito perfezionato le loro cognizioni con lo studio dei medesimi libri, sebbene sieno obbligati a far uso di un testo diverso, di quello che armonizzino i metodi di due maestri, allievi di diversa scuola, sebbene obbligati all'uso del medesimo testo.

Sono queste le precipue ragioni per le quali io sono d'avviso, che la geometria debba essere esclusa dai pubblici ginnasî.

II.

Relativamente poi ai licei, in un dotto articolo inserito nella dispensa 4 e 5 di questo periodico (1), trovo una riflessione ben giusta

(1) Da questo articolo stesso traggo una notizia che non aveva, l'essersi cioè detto da qualche sostenitore del novello Euclide, che « *le critiche fatte al medesimo derivano da interesse personale, e da libri rimasti in magazzino* ». Sarebbe mai che avesse luogo il rovescio della medaglia: che da simile interesse cioè derivassero invece le difese di Euclide?

In quanto a me posso dire, che della mia Geometria essendomene rimaste pochissime copie, ed avendone delle richieste *spontanee*, non è del tutto improbabile, che io mi accinga ad una quinta edizione. E credo poi

d'un mio collega, il chiarissimo Prof. Livini. « *Non basta a mio credere*, egli dice, *avere dimostrato doversi sbandire Euclide, quale è proposto dai programmi ministeriali : conviene ancora cercare ciò che si deve sostituire.* » E dalla scelta ben egli avverte che fa d'uopo eliminare « *alcuni trattatelli di geometria che escludono quasi affatto il metodo sintetico.* » Ma se questi è d'uopo che siano esclusi, non mancano ora dei buoni trattati di autori italiani, che dalla sintesi geometrica alieni non sono. E se ne difettano in qualche parte, qualche annotazione dell'insegnante potrebbe al difetto supplire. Non disconvengo però dalle idee del lodato professore allorquando dice che per porre di nuovo in credito il metodo sintetico, relativamente al quale

Est modus in rebus, sunt certi denique fines,
Quos ultra citraque nequit consistere rectum,

proporrebbe il ritorno nelle scuole della Geometria di Legendre, che malgrado qualche di-

che a niuno possa venir il sospetto essere io di sì corto intendimento da ritenere, che il mio trattato, il quale fu compilato per uso dei miei allievi, ai quali dal 1834 sino al 1861 esporre ho sempre dovuto nel breve periodo dalla metà di aprile al fine di giugno in lezioni di un'ora, privo come è di trigonometria e di altre moderne nozioni, bastar potesse all'insegnamento che nel nuovo ordine di cose si dà nei nostri licei. E tanto meno potrà ciò credere chi sappia, che io lo trovo bisognoso di correzioni e mende, essendomi relativamente ad esso avvenuto ciò che mi accade relativamente pure alle altre mie opere, che cioè più vo

fetto, la crede un buon trattato, preferibile al testo di Euclide. E di gran lunga preferibile il credo pur io, giacchè tolti i difetti più gravi, e sono ben pochi, *non ego parvis offendar maculis.* Piccole macchie, non v'ha dubbio, vi sono; ma come a queste dettero troppo peso circa un mezzo secolo indietro due professori anonimi, agli occhi dei quali forse una predilezione per le edizioni napoletane di Euclide fece a carico di Legendre travi apparire le festuche, così egualmente a queste piccole macchie troppo peso si è pure dato recentissimamente e da Duhamel e dal suo discepolo Hoüel.

Io non sostengo già Legendre, allorchè definisce la retta per la linea più breve d'ogni altra collocata fra i medesimi estremi. E ben con i lodati autori convengo essere quella proposizione un teorema e non un vero d'intuitiva evidenza. Che anzi trovo molto filosofiche e profonde le osservazioni che su di ciò fa Hoüel nella nota 4ª del suo *Essai critique sur les principes fondamentaux de la géometrie.*

Non posso però a meno di dichiarare essere io d'avviso che si sconvolgerebbe il più naturale ordine scientifico, se questa semplicissima verità, la quale se non è per sè stessa, facilissimamente però discende da un'altra d'intui-

studiando l'arte di comunicare le idee, e meno mi trovo contento del modo con cui ho esposto i miei pensieri, accorgendomi che potrebbero esserlo con maggiore esattezza e chiarezza.

tiva evidenza, e che perciò va collocata tra le prime nozioni della geometria, si volesse invece con un non naturale e perciò riprovevole artificio far discendere (siccome essi vorrebbero) da due proprietà dei triangoli, dalla egueglianza cioè degli angoli alla base del triangolo isoscele, e dall'essere maggiore degli altri due quel lato d'un triangolo, che è opposto all'angolo maggiore, riguardandola insomma, siccome fa Euclide, qual corollario del teorema XX del suo libro I.

In seguito di queste riflessioni, e di altre che non è qui il luogo di esporre, con Duhamel io non convengo, allorchè ci dice alla pag. 323 della *Deuxième partie des méthodes dans les sciences des raisonements*, « che *dobbiamo riguardare i principî della geometria come male stabiliti da Legendre* ». Così, mentre mi uniformo con esso quando (pag. 327) ci dice, che « *nella teoria delle parallele i differenti tentativi di Legendre sono stati senza successo* »; con Duhamel non sono affatto d'accordo allorchè soggiunge, che « *fin qui non si è trovato nulla di meglio che la teoria del geometra greco* ». Una genesi delle parallele bene esposta è preferibile all'una ed all'altra. Quindi con questa sostituzione e poche altre modificazioni potrebbe Legendre tornare nelle scuole.

E se con qualche modificazione potrebbe di nuovo nelle scuole essere introdotto Legendre, perchè con qualche modificazione egualmente

non potrebbe persistervi l'introdottovi Euclide? — A questa inchiesta io rispondo: perchè troppi e troppo radicali sono i cambiamenti che vi occorrono, specialmente nei libri V e VI, il che importerebbe non *rappezzare*, ma *rinnovare.*

Montferrier, per esempio, ha ragione, non v'ha dubbio, allorchè ci dichiara trovare prolisse, intralciate le dimostrazioni di Euclide, e prive di quell'ordine, d'onde la chiarezza nella comunicazione delle idee. — Ha pure ragione Hoüel, allorchè (mentre cred'io che per ischerzo ci dica che adotterebbe in tutto il suo rigore il metodo di Euclide) ci dichiara che « *manca di semplicità* » (*Essai critique*, pag. 5); che « *converrebbe sostituire dimostrazioni dirette più semplici e luminose a quelle per l'assurdo* » (pag. 6); che « *converrebbe aggiungervi sviluppi relativi all'origine delle idee geometriche*, e *ricondurre ogni proposizione alla sua vera sorgente*, *per introdurre nelle teorie più di chiarezza e di generalità* » (pag. 7); che « *converrebbe subordinarle a un ordine più razionale;* » e finalmente che « *converrebbe sbarazzarlo da tuttociò che la forma offre di arido e di ributtante* » (pag. 6). — Giustissimi sono pure i rilievi di Hirst, allorchè trova in Euclide « *un preliminare vago, fastidioso, difficile, d'onde i permanenti e fastidiosi effetti di scoraggiamento degli allievi.* » — Nè al certo s'inganna il chiarissimo prof. Cappato, allorchè (Vedi i suoi *Elementi di geometria*, 2.ª ediz. 1870) nel solo li-

bro I di Euclide trova una dozzina di non lievi inesattezze.

Sì, tutti questi sono gravi, gravissimi difetti: ma divengono macchie insensibili che scompaiono, se tu li poni a confronto con le *pseudo-dimostrazioni* che non dimostrano, *pseudo-dimostrazioni*, le quali poi si trovano nulla meno che nei teoremi più interessanti e fondamentali. Sono questi gli errori più detestabili di Euclide, dei quali, per la troppa affezione alle proporzioni tra gli incommensurabili, che erroneamente si crede che occorrano in molti teoremi della geometria, niuno azzarda fare parola.

Eppure per poco che vi si mediti, a chi mai questi errori non si fanno palesi? Prendiamo a mo' d'esempio la proposizione prima del VI: *Le aie dei triangoli equi-alti sono proporzionali alle basi.* Per dimostrarla notiamo, che in grazia dell'essere equivalenti i triangoli equi-alti ed equi-basici, avviene che dato un triangolo, il quale ha per base una retta di un dato numero di metri (p. es. 3), ed un altro, la cui base sia un altro numero qualunque di metri (p. es. 6), se vengano in essi dal vertice alla base, nei punti di divisione di metro a metro, condotte tante rette, il primo diviene somma di tanti triangoletti tutti eguali in aia, quanti sono i metri della base (tre nel caso nostro): il secondo egualmente diviene somma di tanti triangoletti tutti in aia eguali, quanti sono i

metri di sua base (sei nel nostro caso). Perciò il numero dei metri costituenti la base del primo è contenuto tante volte nel numero dei metri costituenti la base del secondo (tre in sei nel nostro esempio) quante volte il triangolo primo (somma di tanti triangoletti tutti eguali in aia quanti i metri di sua base) è contenuto nel triangolo secondo (somma pur esso di tanti triangoletti tutti in aia eguali, quanti i metri di sua base). Dunque ecco in un attimo dimostrato che in triangoli equi-alti *aia in aia, come base è contenuta in base.*

Ora anche Euclide parte dallo stesso principio da cui siamo partiti noi: ma invece di scendere subito alla conseguenza, come da noi si è fatto, egli per poter dare a credere che anche tra gli incommensurabili si può dare proporzione, tergiversa nei suoi equimoltiplici, ad essi *cogit confugere* (lo confessa anche un suo ammiratore, il Clavio), e così avviene che quando giunge all'ultima deduzione espressa (Euclide, Betti e Brioschi, 1868, pag. 210) con le parole « *E però* (v def. 5) *come la base alla base, così il triangolo sarà al triangolo* » io sono in diritto di chiedere: È vero o no, che quella parola « *come* » altro non significa che l'eguaglianza di due ragioni nel senso voluto dalla definizione 5 del v, siccome risulta e dal richiamo della medesima e dal contesto?

È vero o no, che questo *come*, preso nel senso euclideo a nulla giova; e che preso nel

suo vero senso di *equi-quoziente*, cioè nel senso dell'*egual quante volte* la base è contenuta nell'altra base, e l'aia nell'aia, senso vero, sotto il quale nel caso di commensurabilità viene inteso da tutti quanti i geometri, e sotto il quale il teorema riceve moltissime applicazioni, non discende affatto dalle esposte premesse? (1).

(1) Perchè discendere vi potesse d'uopo niente meno sarebbe l'aggiungervi per anello di congiunzione una lunga dimostrazione indiretta che per primi inventarono, senza che l'uno nulla sapesse dell'altro, e Clavio, e Galileo, e Jacquet. Ho poi distinto il caso di commensurabilità, non già perchè io ammetta l'altro di incommensurabilità, ma perchè dato pure ciò e non concesso, io *ad exuberantiam* per non lasciare alcun uncino di attacco ai sostenitori di Euclide voglio dimostrare, che anche ammesso questo secondo caso, l'ultima deduzione della proposizione prima del VI non è dimostrata. Anche que' geometri infatti, che mentre si avvedono della patente contraddizione della proporzionalità degli incommensurabili, pure sì affezionati vi sono, che svellerla dalla mente non sanno, non potendo dare in tal caso all' ultimo *come* il significato di equi-quoziente, non passano già a dargli quello di *equi-differenza;* no: non potendo annettervi l' idea del *quante volte,* gli danno l' epiteto d' indefinibile, di non esprimibile in numeri, di misterioso, di nebuloso, di oggettivo e non soggettivo, o qualsiasi altro che di più stravagante ed inconcludente può mai l'ostinazione suggerire, ma però gli serbano sempre il significato d' un eguale rapporto di contenenza, e mai di un'eguaglianza di ragioni nel senso euclideo, sicchè anche per essi nel supposto caso d'incommensurabilità l'ultimo *come* della proposizione prima del VI, non scende dalle premesse.

E se non vi discende, è vero o no che la proposizione *prima* del VI è un arzigogolo, una filastrocca, una pseudo-dimostrazione che non dimostra?

È vero o no che il doppio senso dato da Euclide alla parola *come*, ossia la medesimezza di questo segno per due idee diverse, è il tranello di cui si serve Euclide per ingannare gl'incauti? I matematici i più valenti, e fra questi lo stesso préside della Società italiana dei Quaranta, io credo che non potranno darmi una negativa.

Nè già in questo solo teorema è nascosto l'inganno. *Crimine ab uno* (parlo del libro V e VI) *disce omnes*. Ovunque infatti in questi libri si parla di proporzioni, e sono queste il loro oggetto precipuo, nulla vi si dimostra, perchè proporzione è uguaglianza di ragioni, e ragione egli non dimostra che cosa sia, riserbandosi a darne la spiegazione nel libro VII.

Ora è mai possibile che il ministro della pubblica istruzione abbia a permettere per testo d'insegnamento un libro, che oltre a molti altri difetti, quello ha pure di ricorrere all'inganno, e finge di dimostrare e non dimostra?

È ben vero che *conveniunt rebus nomina saepe suis*: ma se *saepe*, non *semper;* e il probo e saggio ministro della pubblica istruzione, il Correnti, non è già nel novero di quelli uomini *correnti* che lasciano andar le cose come vanno, ponendo in non cale riputazione e dovere.

Che in Euclide, creduto un modello di logica, vi sieno pseudo-dimostrazioni che non dimostrano, è calunnia o verità? Questo dilemma parmi che il ministro faccia ai signori editori novelli del greco geometra. È calunnia? Smentitela; ed allora chiaro apparirà che le fatte critiche derivano da malignità o da ignoranza. È verità? Ed allora parmi che il ministro così a dire prosegua: *Curam habe de bono nomine* è stato imposto anche a me: retto amor proprio ho pur io per non comparire presso gli insegnanti un fantoccio; bastante delicata coscienza per non tradire gli allievi.

Si provveda intanto alla meglio con un programma non estremamente minuto, ma tale che obblighi il professore alla scelta di un testo che possa corrispondervi: sia questo approvato dai rispettivi consigli scolastici provinciali; e si bandisca dalle scuole quell'Euclide che vi fu così improvvidamente introdotto.

NON PIU' GEOMETRIA NEI GINNASII: NON PIU' EUCLIDE NEI LICEI.

(Estratto dal Giornale *Il Baretti*).